

## TARSKIS SEMANTIC CONCEPTION OF TRUTH

### SANDHEDS-DEFINITIONENS SIGTE

- Et adækvat og intuitivt indlysende sandhedsbegreb for deklarativer  
- *et begreb der korresponderer med den intuitive forståelse af sandhed (Aristoteles' berømte tese)*
- Intuitiv plausibilitet: Betingelsen om materiel adækvathed  
- *"græs er grønt" er sand, hvis og kun hvis, græs er grøn* – *Convention-T, Scheme-T, T-Sætninger*  
- *"X" er sand i L1, hvis og kun hvis, p*
- En løsning på løgnerparadokset  
- *'denne sætning er falsk' genererer paradokser i sproget, hvilket er uacceptabelt for en ekstensionel definition af sproget*

### UDELADTE PROBLEMSTILLINGER

Sætningers kraft (illokutionære, perlokutionære effekter etc.)  
f.eks. imperativer, spørgsmål,

### EN EKSTENSIONEL DEFINITION

Def. 'Lande i Skandinavien'

1. 'Danmark, Sverige, Norge'

2. Def. 'Lande i Skandinavien' = {Danmark, Sverige, Norge}

Begrebet defineres i henhold til mængden af referencer der tilfredsstiller begrebet – begrebets samlede ekstension.

### MATERIEL ADÆKVATHED - CONVENTION-T

Convention-T skal garantere at sandhedsdefinitionen er intuitivt plausibel,

→ enhver sandhedsdefinition skal logisk medføre (entaille) T-sætninger<sup>1</sup>

Convention-T er derfor et nødvendigt krav for enhver sandhedsdefinition, såfremt den skal korrespondere med vores naturlige intuitioner vedr. 'sandhed'.

---

<sup>1</sup> Jf. Kirkham.

## Semantik for et simpelt sprog, L1

### SÆTNINGER I L1

'Græs er grønt'  
'Sne er hvid'  
'Nikolaj elsker Derrida'

Ekstensionen for sandhed:

(s)(s er sand i L1  $\leftrightarrow$  (s = 'Græs er grønt' og græs er grønt)  
 $\vee$  (s = 'Sne er hvid' og sne er hvid)  
 $\vee$  (s = 'Nikolaj elsker Derrida' og Nikolaj elsker Derrida))

Problem: Sætninger med ukendt sandhedsværdi, f.eks:

'Lee Harvey Oswald dræbte John F. Kennedy'

### SANDHEDSBETINGELSER FOR SÆTNINGER I L1 - SAND-I-L1

'Græs er grønt' er sand i L1, hvis og kun hvis, græs er grønt  
'Sne er hvid' er sand i L1, hvis og kun hvis, sne er hvid  
'Nikolaj elsker Derrida' er sand i L1, hvis og kun hvis, Nikolaj elsker Derrida  
'Lee Harvey Oswald dræbte John F. Kennedy' er sand i L1, hvis og kun hvis, Lee Harvey Oswald dræbte John F. Kennedy

Ekstensionen for sandhed:

(s)(s er sand  $\leftrightarrow$  (s = 'Græs er grønt' hvis og kun hvis, græs er grønt)  
 $\vee$  (s = 'Sne er hvid' hvis og kun hvis, sne er hvid)  
 $\vee$  (s = 'Nikolaj elsker Derrida' hvis og kun hvis, Nikolaj elsker Derrida)  
 $\vee$  (s = 'Lee Harvey Oswald dræbte John F. Kennedy' hvis og kun hvis Lee Harvey Oswald dræbte John F. Kennedy))

Nøglen er, at alle termer i sproget skal kunne reduceres til fysiske termer, (empirisk verificerbare termer).

Problem: Natulige sprog indeholder en potentiel uendelige mængde af wff. sætninger.

## REKURSIV DEFINITION

Der skal tages højde for at man i et naturligt sprog kan generere en potentiel uendelig mængde af wff. sætninger, f.eks.

'Græs er grønt' og 'græs er grønt' og 'græs er grønt' ...  
Hvis 'græs er grønt' så er 'græs er grønt' og 'sne er hvid' eller 'Lee Harvey Oswald dræbte John F. Kennedy' ...

Tilføjjelsen af regler for konnektiver til ekstensionen for sandhed:

(s)(s er sand  $\leftrightarrow$                     (s = 'græs er grønt', hvis og kun hvis græs er grønt)  
   v (s = 'sne er hvid', hvis og kun hvis græs er grønt)  
   v (s = 'Nikolaj elsker Derrida', hvis og kun hvis Nikolaj elsker Derrida)  
   v (s = ' $\neg p$ ' – og p er falsk)  
   v (s = 'p v q' – og p eller q er sande)  
   v (s = 'p & q' – og p og q er sande)  
   v (s = 'p  $\rightarrow$  q' – således at enten p er falsk eller at q er sand)

## DENOTATION

Navne: 'Græs', 'Sne', 'Bordet', 'Derrida' :

'Græs' refererer i L1 til græs  
'Sne' refererer i L1 til sne  
'Nikolaj' refererer i L1 til Nikolaj  
'Derrida' refererer i L1 til Derrida

Prædikater:

'\_\_ er grøn'  
'\_\_ er sne'  
'\_\_ elsker \_\_'

## SATISFAKTION

Et prædikat er tilfredsstillet af et *objekt*, hvis og kun hvis objektet er del af ekstensionen for prædikatet.

'Græs' tilfredsstiller prædikatet ' \_\_ er grøn(t)'  
hvis og kun hvis græs er grønt – og således er del af  
ekstensionen for prædikatet:  
'Græs'  $\in$  'grønne objekter' = { græs, agurker, æbler, marsmand  
... }

Problem: Tarski vil lave en sandhedsdefinition for kvantoriseret prædikatslogik, og her kan sammensættes wff. sætninger af sætninger som ikke selv har en åbenlys sandhedsværdi

### ÅBNE SÆTNINGER

'x er grøn'  
 'x elsker y'  
 'hvis x elsker y, så er x og y kærester'

Kan f.eks. lukkes på følgende måder:

$(\exists x)(x \text{ er grøn})$   
 $(\exists x)(\exists y)(x \text{ elsker } y)$   
 $(\exists x)(\exists y)(x \text{ elsker } y \rightarrow x \ \& \ y \text{ er kærester})$

Eller:

'a er grøn'  
 'a elsker b'  
 'a elsker b  $\rightarrow$  a & b er kærester'

### Problem:

(s)(s er sand  $\leftrightarrow$  (s = 'x er grøn' og x er grøn) [ubundne variabler, men selv med en kvantor tilknyttet (f.eks.  $\exists x$ ) er sandhedsværdien ikke afgørbar]

- der kan genereres en uendelige mængde af åbne sætninger, og det er ikke indlysende hvordan sandhedsværdien af en sådan kan afgøres.

### SEKVENSER

For at give sandhedsbetingelser for en sætning med en potentiel uendelig mængde af variabler, anvender Tarski *sekvenser*.

$(\exists x_1)(\exists x_2)(\exists x_3)(x_1 \text{ var underviser af } x_2, \text{ og } x_1 \text{ blev undervist af } x_3)$

### EN SEKVEN AF OBJEKTER

(Eksistens-kvantisering)

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\rightarrow$ uendelig
1.	Platon	Aristoteles	Sokrates	
2.	Aristoteles	Sokrates	Platon	
3.	Sokrates	Platon	Aristoteles	
	$\downarrow$			
	uendelig			

Således får vi vha. sekvens 1.

'Platon var underviser af Aristoteles' & 'Platon blev undervist af Sokrates'

Vha. sekvens 2.

'Aristoteles var underviser af Sokrates' & 'Aristoteles blev undervist af Platon'

Sekvens 1. genererer naturligvis en sand sætning, modsat sekvens 2.

Sætningens sandhedsværdi afgøres igen vha. tilfredsstillelse,

Def. underviserer af Aristoteles = { Platon, ... }

Def. underviserer af Platon = { Sokrates, ... }

Objekternes orden i sekvensen bliver også afgørende for sandhedsværdien af sætningen. Vi må derfor operere med ordnede sæt:

Sekvens 1. ( <Platon, Aristoteles, Sokrates> ) [sand]

Sekvens 2. ( <Aristoteles, Sokrates, Platon> ) [falsk]

T-sætningen for eksistens-kvantoren kan derfor formaliseres til,

' $(\exists x_k)\varphi$ ' er sand  $\leftrightarrow (\exists x_k)\varphi$

### (Al-kvantorisering)

For al-kvantoren gælder det, at alle sekvenser af objekter skal tilfredsstille prædikatet – således at f.eks.,

$(\forall x_{527})(\forall x_{1030})(x_{527} \text{ er underviser af } x_{1030})$

- medfører at objektet på plads 527 i enhver mulig sekvens skal være underviser af objektet på plads 1030 for at tilfredsstille prædikatet.

Eller,

$(\forall x_k)(x_k \text{ er underviser af } x_k)$  er sand  $\leftrightarrow$  alle sekvenser tilfredsstiller prædikatet  $x_k$  er underviser af  $x_k$  = alle er undervisere af alle (?).

### **Rekursion og multi-kvantorisering**

Igen skal reglerne for konnektiver tilføjes til definitionen af tilfredsstillelse.

Således for negation, disjunktion, eksistenskvantor og alkvantor:

$(\theta)[\theta$  er tilfredsstillet af en uendelig sekvens  $S \leftrightarrow$

$(\theta = \text{'}x_k \text{ er grøn'}$  henviser til et  $k$ , og objekt  $k$  i  $S$  er grøn)

$\vee (\theta = \text{'}x_k \text{ er underviser af } x_j\text{'}$  henviser til et  $k$  og et  $j$ , og objekt  $k$  er underviser af objekt  $j$  i  $S$ )

$\vee (\theta = \text{'}\neg\varphi\text{'}$ , og  $S$  ikke tilfredsstiller  $\varphi$ )

$\vee (\theta = \text{'}\varphi \vee \psi\text{'})$ , og enten  $\varphi$  er tilfredsstillet af S eller  $\psi$  er tilfredsstillet af S  
 $\vee (\theta = \text{'}(\forall x_k)\varphi\text{'})$  og *alle* sekvenser tilfredsstilles af objekt  $k$ .  
 $\vee (\theta = \text{'}(\exists x_k)\varphi\text{'})$  og *en* sekvens tilfredsstilles af objekt  $k$ .

## Definitionen af Sandhed

(s)(s er sand hvis og kun hvis, s er tilfredsstillet af alle sekvenser)

### SONDRINGEN MELLEM: METASPROG / OBJEKTSPROG

Et afgørende problem, som Tarski også ville løse er problemet med løgnerparadokset – eller selvrefererende sætninger – f.eks.

'denne sætning indeholder 31 bogstaver'  
 'dette er en sætning på dansk'

Problemet opstår for sætninger som – f.eks.

'denne sætning er falsk'  
 Hvilket genererer følgende sandhedsbetingelse

's' er sand hvis og kun hvis 's' er falsk

- altså et paradoks, som ifølge Tarski skyldes følgende,

“1. We have implicitly assumed that the language in which the antinomy is constructed contains, in addition to its expressions, also the names of these expressions, as well as semantic terms such as the term ‘*true*’ referring to sentences of this language [...] A language with these properties will be called ‘*semantically closed*.’

2. We have assumed that in this language the ordinary laws of logic hold.”<sup>2</sup>  
 [Tarski’s italics]”

---

<sup>2</sup> Harnish p.544, Tarski: “The Semantic Conception of Truth”, 1944

## TARSKIS LØSNING

Vi må opgive en af de to antagelser. At opgive antagelse 2. er imidlertid ikke en særlig frugtbar ide, og Tarski opgiver derfor antagelse 1. Tarski opgiver derfor semantisk lukkede sprog.

Tarski skelner således mellem henholdsvis *meta-sprog* og *objekt-sprog*

### Meta-sprog indeholder

Prædikater som *sand, falsk, tilfredsstillelse ...*  
- *definitionen af reference*  
- *definitionen af tilfredsstillelse*  
- *definitionen af sandhed*

### Objekt-sprog indeholder:

Veldefinerede *navne*  
Veldefinerede *prædikater*

Indeholder ingen semantiske termer.

Tarski definerer tilfredsstillelse / satisfaktion i non-semantiske termer (mængdelære) og sandhed i forhold til satisfaktion for objekt-sproget via meta-sproget. Således at vi bruger et andet sprog (meta-sproget) til at definere sandhed for det første sprog (objekt-sproget)

En T-sætning kunne derfor se ud som følger

T: 'Sne er hvid' is true if and only if, snow is white

Metasproget er engelsk og objektsproget en version af dansk rensat for semantiske termer.

## KRITIK AF TARSKI

### Susan Haack: Bizarre sandhedsdefinitioner.

“Consider the following definition of truth, which seems to me definitely bizarre: a sentence is true iff it is asserted in the Bible. [...] (I shall call it [the definition] ‘D<sub>B</sub>’ for short)

[...] Now it is indeed the case that someone who did not accept D<sub>B</sub> might deny: ‘Warsaw was bombed in World War II’ is asserted in the Bible iff Warsaw was bombed in World War II. But further reflection makes it clear that a proponent of D<sub>B</sub> could perfectly well maintain that his definition does entail all instances of (T) [...]”<sup>3</sup>

Kirkham: T-sætninger skal være en logisk konsekvens af en sandhedsdefinition – hvilket ovenstående definition ikke lever op til.

### Putnam: ”Tarski’s theory fails as badly as it is possible for an account to fail.”

“(2) (for any sentence X) If X is spelled S-N-O-W-SPACE-I-S-SPACE-W-H-I-T-E, then X is true in L if and only if snow is white.

Now pay close attention, please! This is just where, it seems to me, philosophers have been asleep at the opera for a long time! Since (2) is a *theorem of logic* in meta-L (if we accept the definition – given by Tarski – of “true-in-L”), since no axioms are needed for the proof of (2) except axioms of logic and axioms about spelling, (2) holds in all possible worlds.”<sup>4</sup>

Dvs. Tarskis definition korresponderer ikke med brugen af sproget. Sandhed er udelukkende en logisk stipulation. Hvis sandheden af sætningen ‘Sne er hvid’ ikke er afhængig af kontingente fakta, så kan T-sætningen ”Sne er hvid’ er sand i L<sub>1</sub>, hvis og kun hvis sne er hvid” være sand, selvom ‘Sne er hvid’ rent faktisk betyder sne er grøn.

### Simon Blackburn:

Hvis vi har to sandhedsdefinitioner f.eks:

L<sub>1</sub> contains the sentence S: ‘Snow is white’  
S is true-in-L<sub>1</sub> if, and only if: S = ‘Snow is white’ and snow is white

L<sub>2</sub> contains the sentence S: ‘Grass is green’  
S is true-in-L<sub>2</sub> if, and only if: S = ‘Grass is green’ and grass is green

Forekommer det uplausibelt, at de to definitioner ikke har nogle fællestræk. Og det har de ikke, for hvis vi forsøger at tilføje sætninger til definitionerne, vil vi opdage, at det kan vi kun såfremt vi allerede har et begreb om sandhed.

---

<sup>3</sup> Susan Haack: ”Philosophy of Logics” 1978, Cambridge University Press p.101

<sup>4</sup> Hilary Putnam: “A Comparison of Something with Something Else” in “NLH” 1988, p.63



## FORSVAR AF CONVENTION-T

Donald Davidson: Empirisk Convention-T

“[...] we recognize as true all sentences of the form “ ‘Snow is white’ is true if and only if snow is white.” Tarski calls such sentences “partial definitions” of truth. Obviously, a definition that entails all such sentences will have the same extension as the intuitive concept of truth with which we started. To admit this is to count T-sentences as having empirical content; otherwise convention-T would have no point. [...]”<sup>5</sup>

Altså, det må accepteres, at Convention-T er et forsøg på at lave en real-definit. Dvs. enhver definition er strengt logisk taget en stipulation, men en definition vil være værdiløs medmindre den forsøger at indfange vores naturlige intuitioner vedr. begrebet. Det lykkes ifølge Davidson ved at lade Convention-T afspejle empiriske (og dermed kontingente) fakta.

“Suppose we offer as a definition of the predicate ‘x is a solar planet’ the following: Mercury, Venus, Earth, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptune, Pluto. This entails the P-sentence ‘Neptune is a solar planet’. Is this last a logical truth? One may well say so if our definition is purely stipulative, otherwise not. The question whether it is purely stipulative is not one that can be answered by studying the formal system; it concerns the intentions of the person making the definition.”<sup>6</sup>

---

<sup>5</sup> Davidson: ”The Structure and Content of Truth” in “The Journal of Philosophy no.6” 1990, p.292

<sup>6</sup> Davidson: ”The Structure and Content of Truth” in “The Journal of Philosophy no.6” 1990, p.293